Lycée qualifiant Alwahda	Devoir maison 3	1SEF

Exercice 1 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 17 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12 \end{cases}$; $(\forall n\in\mathbb{N})$.

① - a - Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_n \succ 16$.

b - Montrer que la suite (u_n) est décroissante

② - Soit (v_n) la suite définie par : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $v_n = u_n - 16$.

a - Montrer que (v_n) est une suite géométrique .

b - Déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1+u_n}$ et $u_1 = 5$.

① - Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $u_n \succ 2$.

② - Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$.

a - Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $v_{n+1} = \frac{1+u_n}{u_n - 2}$, puis montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 1.

b - Ecrire (v_n) en fonction de n, en déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $u_n = 2 + \frac{3}{n}$.